الرياضيات قبل عهد اليونان(*)

معرفة العد والشكل ، ضرورة تقتضيها الحياة الانسانية • وبدء استعمال الأعداد وتمييز الأشكال ، مجهول لدينا • ومهما كانت المنابع الأصلية للرياضيات ، فانها انتهت الينا بتيارين عظيمين : الأول يمثل العدد ، وقد انبثق عنه علما الحساب والجبر وما يتفرع منهما ويبنى عليهما • والثاني يمثل الهيأة والشكل • ثم امتزج هذان العلمان بصورة منطقية منظمة على يد الفيلسوف الفرنسي المشهور (ريني ديكارت) ـ عام ألف وست مئة وسبعة وثلاثين ـ في ملحق كتابه المسمى (الطريقة في العلم) ، وأصبحت الرياضيات علما واحدا متماسكا أخذ ينمو بسرعة حتى أصبح الآن أوسع من أن يحيط به عقل انسان واحد ، ولا نعرف في هذا العصر أحدا ادعى أنه محيط به •

وفيما بين وضع أسماء للأعداد وتوسع هذا العلم الى الحد الذي ذكرناه ، مرت الرياضيات بأدوار كثيرة • ومن الصعب جدا وضع حدود فاصلة بين نتاج دور ونتاج دور آخر • ذلك أن الآراء الرياضية المميزة لهذه الأدوار تتداخل بعضها في بعض فما تم الكشف عنه في أحدها ، ترجع أصوله ومقدماته والتمهيد اليه الى أدوار ماضية ، كما أن فروعه وتكامله تتخطى الحدود الى دور مقبل •

وهذا هو شأن العلم في كل زمان ومكان • فهو سلسلة من الأفكار متصلة الحلقات آخذ بعضها برقاب بعض •

وقد يقول انسان ما : « ان علما من العلوم كمل ولم يبق فيه مجال لابداع جديد »• والحقيقة أن هذا القول يخالف الواقع ، فما من علم يمكن الادعاء بأنه كامل ، ولا مجال فيه لكشف جديد ، لا بل ان بعض القضايا التي كانت تعد حقائق علمية لا جدال فيها صارت فيما بعد موضع نقاش وشك ، وثبت بطلانها • وقد يبقى علم من العلوم جامدا عصورا طويلة ، مما يوحي بأنه بلغ حد الكمال ، ولكن لا يلبث أن ينبرى له عقل جبار ينتشله من جموده ، فترى الآراء الجديدة فيه تتدفق كالموج ، وتصبح موضع للدرس والنقاش ، واذا بعلم جديد أو نظرية أساسية عن جريان الطبيعة ظهرت الى الوجود •

ولهذه العقول النافذة وما أودعه الله فيها من قابليات فذة ، فضل كبير على العلم والانسانية • ولكنها في بعض الأحوال تطبع البشرية من بعدها بطابع الجمود والتحجر •

(*) محاضرة ألقيت بدار المجمع العلمي العراقي

ذلك أنها تذهل الناس بعظمتها ، وتبهرهم بنورها ، فلا يجرؤون على نقدها ، أو تفنيد ما فيها من خطأ • مثال ذلك أن عظمة (أرسطو) الفكرية حكمت (أوربة) زهاء ألف عام ، ولما كشف (غاليلو) عن فساد بعض آرائه لاقى فى سبيل ذلك اضطهادا عظيما كاد يودى بحياته • والآراء الجديدة التى قوبلت بالترحيب والقبول حتى فى نواحى العلم البحت ، نادرة • ولكن الأمم الحديثة ، أدركت قيمة البحث العلمى ، فخصصت المبالغ الطائلة لتهيئة وسائله وتنظيمه ، ولم تتركه للجهود الفردية المبعثرة •

ان الكشوف فى علم الرياضيات ــ كما هى فى معظم العلوم الطبيعية ــ نشأت وتقدمت فى الأعم الأغلب بتأثير عاملين أساسيين : أما العامل الأول فهو الحاجة الشديدة اليها ، فهى ضرورة لابد منها فى المعاملات اليومية الاعتيادية فضلا عن أنها علم أساسى تحتاج اليه العلوم الأخرى • فهو الدعامة التى يقوم عليها فن البناء وهندسة « المكائن » والكهربا والصناعات الكيمياوية والعلوم الطبيعية كافة نظريا وعمليا • والرياضيات فى التجارة محور الحركة التجارية ، فدفاتر التجار وسجلات البنوك وسندات الديون والرهون ، تقوم على معرفة الأعداد والتعامل بها • وقل مثل ذلك عن زراعة الأرض وريها وغلتها وغير ذلك من الأمور التى لا تقع تحت حصر ، والحقيقة أن الحضارة الانسانية كانت ولا تزال تتوخى الارتكاز على قواعد رياضية • وهى لم تكن لتبلغ هذا الأوج من العظمة والقوة لولا هذا العلم المجرد •

وأما العامل الثانى فهو حب الاستطلاع ، حيث اشتغل بعض ذوى المواهب الرياضية العالية بهذا العلم ، وكشف أسراره ، لما فى ذلك من متعة فكرية ، بصرف النظر عما ينجم عن بحثهم من فوائد مادية لهم أو لغيرهم • مثال ذلك أن (علم المخروطيات) ، أى (علم القطوع المخروطية) الذى اخترعه (مناكموس) تلميذ (أفلاطون) فى القرن الرابع قبل الميلاد ، لم تكن له فائدة ما عملية عند اختراعه • ولكن هذه الفائدة ظهرت بعد مدة تزيد على الألف عام ، حين بحث (كبلر) فى مدار الكواكب السيارة ، واكتشف قوانين سيرها فى أفلاكها • وأمثال ذلك كثير فى تأريخ العلم • وهذا مما يجعلنا نعتقد أن البحث العلمى ليس من الضرورى أن يقتصر على ما له فائدة محسوسة آنية ، أو على ما له صلة بقية العلوم • ذلك أن الحقائق العلمية المكتشفة التى لا تبين لها قيمة عملية عند اكتشافها ، قد تظهر لها فائدة عظيمة فى المستقبل • والزمن كفيل بطمس معالمها اذا انتفت فائدتها •

هذان العاملان الرئيسان ، هما اللذان خدما الرياضيات ، كما خدما العلوم الأخرى • وليس فى الوسع الدخول فى تفاصيل الأدوار التى مرت بها الرياضيات • ولكننا نستطيع

القول بصورة عامة ان الأدوار العظمى فى تاريخها أربعة •

الدور القديم – وأوله مجهول ، وينتهي حوالى القرن السادس قبل الميلاد • وهو تاريخ ظهور (فيثاغورس اليونانى) ، وبدء شيوع استعمال المنطق الرياضى والاستعانة بالبراهين العلمية فى اثبات القضايا الرياضية ، وخاصة الهندسية منها •

الدور اليونانى – ويبدأ حوالى القرن السادس ق• م، أى بظهور فيثاغورس كما أسلفنا بيانه ، ويختتم بوفاة (بابس الاسكندرى) حوالى القرن الثالث أو الرابع الميلادى ، وهو آخر رياضى يونانى عظيم •

الدور العربى الاسلامى – ويبدأ بترجمة (كتاب السند هند) ، وربما كان اسمه الحقيقى (براهما سداتنا) لمؤلفه (براهما كوبتا) فى زمن الخليفة (المنصور) عام سبع مئة وست وستين ، وينتهي بسقوط (بغداد) على يد المغول عام ٦٥٦ هـ = ١٢٥٨م•

الدور الأوروبى – ويبدأ عام ١٢٠٢م بالكتاب المسمى Liber Abaci ، أى الحساب الحر ، وهو من وضع (ليوناردو فيبوناكسى) من أهالى مدينة (بيزا) الايطالية • وكان هذا الرجل قد درس على أستاذ مراكشى فى مدينة (بوجيه) فى شمال افريقية ، حيث كان والده يشتغل بالتجارة (مشرفا على مستودعات البضائع لتجار مدينة بيزا) ، كما قام بسفرات الى مصر وسورية • وهو فى كتابه هذا يشرح نظام العدية العربية الذى لم يكن معروفا لدى الأوربين ، ويفضله على جميع نظم العدية الأخرى •

وسنقصر بحثنا اليوم على الدور القديم وحده ، ذلك الدور الذى طوى الزمن أسماء أبطاله وعفى عليها النسيان •

لا يعلم أحد متى بدأت فكرة التمييز بين الأكثر والأقل والأقرب والأبعد وبين شكل وآخر • يحتمل أن هذا التمييز يرجع بأصوله الى الأدوار الحيوانية ، فقد وجد مثلا أن الشمبانزى يدرك أن الخمسة أكثر من الأربعة ، وقسم من الحشرات يميز بين حجم وحجم أصغر منه ، والعناكب تنسج بيوتها على شكل مضلعات منتظمة ومتشابهة ، وبعض الطيور تبنى أعشاشها على أشكال متماثلة متناسقة • أما النحل ذلك الحيوان العجيب فانه يتبع فى بناء خليته قاعدة النهايتين العظمى والصغرى ، والكثير من الحيوانات تدرك أن الخط المستقيم هو أقرب بعد بين نقطتين كما تفعل الطيور حين تقصد محلا معينا •

أما تصور الهيئة والعدد لدى الانسان القديم ، فيعود الى الدور الحجرى القديم • فقد وجدت فى بعض الكهوف فى أسبانية وفرنسة رسوم يعود تأريخها الى ما قبل خمسة عشر ألف عام ، وهى تدل على فهم عجيب للأشكال والهيآت • ولما تطورت حياة الانسان

من مجرد البحث عن القوت الى العمل على انتـاجه ، تبدل طراز معيشتـه من البداوة المتنقلة الى الفلاحة المستقرة ، فأنشأ المساكن والقرى لتحميه من عنـاصر الطبيعة ومن الحيوانات المفترسة ، وظهرت صناعات بدائية كعمل الخزف وأوليات النجارة والنسيج ، كما قامت بين القرى تجارة امتدت أحيانا الى مئات الأميال . وفى أغلب الظن أن اختراع العجلة واستعمالها فى صنع الخزف وفى التنقل تم فى هذا الدور ، كما ظهر فيه النحاس أو البرنز وصنعت منه بعض الأدوات البدائية . وكانت اللغة فى ذلك الوقت تعبر عن الأشياء المحسة وعن قليل جدا من الأمور النظرية المجردة . وتوجد الآن قبائل تعيش فى حالة تضارع حالة أولئك الناس الأقدمين ، ويتجلى من دراسة عـاداتهم ولغـاتهم ما يلقى ضوءا على طراز الحياة التى كان يحياها البشر قبل آلاف السنين .

والاصطلاحات العددية ــ وهى من الناحية الفكرية المجردة أرقى ما يمكن أن يصل اليه العقل الانسانى ــ لم تظهر فجأة ، ولكنها استغرقت عصورا عديدة .

ويرجح أنها بدأت بشكل وصفى ، لا بشكل كمى ، فقيل « رجل » ، والمقصود رجل واحد ، وقيل « رجلان » ، والمقصود رجلان اثنان ، وقيل « رجال » لما زاد على ذلك . وبعض القبائل المتأخرة لا تعرف من الأعداد الا واحدا واثنين ، وما زاد على ذلك قيل عنه « كثير » . وبالتدريج استعملوا طريقة الجمع للتوصل الى أعداد أكبر .

وهاكم نموذجين من ذلك : ان احدى القبائل الأسترالية عند نهر مورى فى الجنوب الغربى من استرالية ، تعد هكذا : واحد ، اثنان ، اثنان وواحد ، اثنان واثنان ، وهكذا . أما القبيلة الثانية فتقول ما معناه : واحد ، اثنان ، ثلاثة ، اثنان واثنان ، اثنان وثلاثة ، ثلاثة وثلاثة .. الخ . والطفل حين يتعلم العد لأول مرة يتـدرج بمثل هـذه الخطوات . ثم تطور العد فوصل الى الأساس خمسة . فبعض القبائل تعد هكذا : واحد ، اثنان ، ثلاثة ، أربعة . أما الخمسة فتطلق عليها اسم (يد) ، ثم تعود فتقول : يد وواحد ، يد واثنان .. الخ . وفى الفارسية يقال للخمسة پنج ، ولليد أو الكف پنجه . وفى الانكليزية يقال للرقم ديجيت ، ومعناه اصبع . ويرجح أنه بسبب وجود عشر أصابع فى اليدين أصبح الأساس العشرى فيما بعد شائعا أكثر من غيره . وقد وجدت الى جانبه أسس أخرى لا تزال آثارها باقية الى يومنا هذا ، كالأساس الخماسى الذى أشرنا اليه والأساس العشرينى والأساس الستينى . ولما تركز أساس العد أصبح من السهل التعبير عن أعداد كبيرة بضم العشرات بعضها الى بعض . أما الضرب فقد انبثق عن الجمع ، فبدلا من أن يقال عشرة وعشرة قيل عشرتان ، أى اثنان فى عشرة . أما الكسور فكان

استعمالها نادرا جدا ، ولا شك فى أن النصف أقدمها جميعا • ويلاحظ فى اللغة العربية وفى الكثير من اللغات الأخرى أيضا ، أن كلمة النصف كلمة مستقلة وليست مشتقة من الاثنين اشتقاق كلمة الثلث فان هذه مشتقة من الثلاثة كما أن الربع مشتقة من الأربعة •• الخ ، مما يستدل منه على أن الكسور الأخيرة هذه تم اختراعها بعد اختراع الأعداد بخلاف كلمة « نصف » التى ربما اخترعت قبل ذلك •

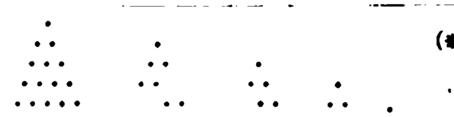
أما القياسات فلم تكن فى بادىء الأمر دقيقة أو مضبوطة ، وكانت تتخذ من أعضاء الجسم ، ولا تزال تسمياتها تدل على ذلك كالشبر والفتر والذراع والخطوة • وفى الانكليزية كلمة Foot أى القدم ، لا تزال مستعملة ، وقد دخلت فى صميم الأبحاث العلمية الحديثة •

ولما بدأ الانسان فى أوائل العهد الزراعى ببناء الدور ، كان ينشىء الجدران على خطوط مستقيمة ومتعامدة • كما أن صوغ الخزف على هيأة أوان ونقشه بمختلف الصور والأصباغ ونسج السلال والمنسوجات الأخرى ، قوى فى الانسان ملكة تصور العلاقات المستوية والفراغية بين الأشياء • أما العلاقات العددية ، فقد ظهرت على بعض الادوات الأثرية كالأعدادالمثلثية(*) • فقد كان الانسان فى الدور الحجرى الحديث مولعا بالأشكال والنقوش الهندسية • وكان لقسم من النقوش والأعداد قيمة دينية مقدسة كالأعداد ٣ و ٧ ومن الأشكال النجم ذو الرؤوس الخمسة والصليب المعقوف أى « السواستيكا » ، وهو الذى اتخذه النازيون شعارا لهم فى عهد (هتلر) • وما عدا ذلك فان بعض تلك النقوش ورثتها الأجيال التأريخية ، وشاع استعمالها فظهرت على المزهريات فى الأدوار اليونانية القديمة ، كما ظهرت فى نقوش الفسيفساء عند البزنطيين والعرب ، وفى الأقمشة المزركشة عند الفرس والصينيين •

أما فى الفلك ، فلا شك فى أن الشمس والقمر والنجوم وتعاقب الأيام والفصول ، لفت نظر الانسان القديم ومراقبته منذ أزمان بعيدة ، كما يستدل على ذلك من بعض آثار العصر الحجرى الأوسط ، وبتوسع الزراعة والتجارة تطورت هذه المعلومات حتى أصبحت أقرب الى العلم منها الى ملاحظات عابرة •

بدأت الحضارة تتقدم بمقياس أوسع ، والهيئات البشرية تتطور لتتخذ شكل حكومات

(*)



١ ٣ ٦ ١٠ ١٥

فيها شيء من التنظيم على ضفاف الأنهر الكبرى فى آسية وافريقية حوالى الألف السادس قبل الميلاد • ويرجح أن هذا التطور الحضارى بدأ أولا على شواطىء دجلة والفرات ، ثم ظهر فى جوار نهر النيل ونهر الأندلس ، ثم على ضفاف نهر الكنج ، وأخيرا فى الصين •

وظهرت الرياضيات فى الشرق علما عمليا لحساب التقاويم وادارة المحاصيل وتنظيم الأعمال العامة وجباية الضرائب ، وكان التأكيد فى أول الأمر موجها بالطبع الى الحساب والقياسات للحاجة العملية اليها • على أن الأمر لم يقتصر على الكشف عن المعلومات الرياضية واختراع الأساليب الجديدة فيها واستخدامها عمليا حيث تمس الحاجة اليها ، بل تعدى ذلك الى ضرورة تعليم أسرارها ، لضمان نقلها من جيل الى جيل ، والعمل على رفع مستواها لتوفى بحاجات التقدم الحضارى • وقد أدى ذلك بالتدريج الى دراسة العلم للعلم نفسه ، واجراء الكشوف فيه لمجرد اللذة الفكرية ، فتطور الحساب الى الجبر ، وتطورت القياسات الى مبادىء الهندسة النظرية •

ومن الصعب تعيين تواريخ الاكتشافات العلمية فى مثل تلك العصور البعيدة ، خاصة وأن عوامل عديدة عملت على ازالة الكثير من معالم التراث العلمى والحضارى ، منها الغزو والاحتلال والتطاحن على تولى الحكم والسلطان بين الأسر القوية فى الداخل والفيضانات الكبيرة التى تصل أحيانا الى حد الطوفان • ولكن البابليين كانوا أكثر توفيقا من غيرهم ، ذلك أنهم كانوا يدونون الحوادث على ألواح من الطين يفخرونها فلا تعطب سريعا ، بخلاف الصينيين والهنود الذين استعملوا مواد سريعة التلف كقشور الأشجار والخيزران • أما المصريون فقد استعملوا أوراق البردى التى بقى قسم لا يستهان به منها بسبب جفاف المناخ ، ولذلك فان معلوماتنا عن الرياضيات القديمة تكاد تكون محصورة بالبابليين والمصريين •

وكان المظنون الى زمن قريب أن أهم الكنوز فى الرياضيات القديمة تقع فى مصر • ولكن الاكتشافات فى العشرين سنة الأخيرة التى قام بها العلامة (نيكباور) والعلامة (ثورو دانجين) بحلهما ألغاز عدد كبير من الكتابة على ألواح الفخار ، بينت أن العلم الرياضى فى بابل كان أرقى منه فى سواها •

ان أساس الحضارتين القديمتين فى مصر والعراق ، أساس زراعى كما أسلفنا ذلك ، والاقتصاد الزراعى يعتمد بالضرورة على معرفة دورة الفصول السنوية ومواعيد الحرث والزرع والحصاد ، كما يتطلب حفر الترع وانشاء السداد وتوزيع المياه واقامة

مخازن للغلال وانشاء المبانى لمختلف الأغراض الأخرى • وكل ذلك له علاقة وثقى بالحساب والقياسات •

على أن الوضع فيما بين النهرين ، كان يمتاز عن الوضع فى مصر من ناحيتين : الأولى أن الحالة الاقتصادية فيها كانت أكثر تقدما ، لأن بابل كانت سوقا تجارية عظيمة تلتقى فيها القوافل التجارية الكبيرة من مختلف جهات العالم ، بخلاف مصر التى كانت فى شبه عزلة • والثانية هى أن ضبط فيضانات دجلة والفرات الفجائية ، التى تبلغ أحيانا حد الجنون ، كانت تتطلب مهارة فنية وادارية أكثر مما يستدعيه نهر النيل الوديع الهادىء • وقد يكون لهذين العاملين أثر فى تنشيط الفكر الرياضى فى العراق أكثر مما فى مصر فى ذلك التأريخ •

ان حساب طول السنة وتاريخ تقديره بصورة قريبة جدا من الحقيقة ، أمر مختلف فيه • وبعض المؤرخين يضع عام ٤٢٤١ قبل الميلاد بأنه العام الذى اعتبرت فيه مصر السنة اثنى عشر شهرا ، والشهر ثلاثين يوما ، وأضافت فوق ذلك خمسة أيام عدتها أعيادا ، وبذلك بلغ طول السنة ٣٦٥ يوما ، وهو أقل من السنة الحقيقية بخمس ساعات وثمان وأربعين دقيقة وست وأربعين ثانية تقريبا •

أما فى العراق ، فيقول المؤرخون : ان السومريين كانوا يضعون بدء السنة فى يوم الاعتدال الربيعى (٢٢ آذار) ، وذلك منذ عام ٥٧٠٠ قبل الميلاد • وبعد ألف سنة من ذلك ، أى حوالى عام ٤٧٠٠ قبل الميلاد ، سموا الشهر الأول من السنة باسم الثور : لأن الشمس كانت فى برج الثور عند الاعتدال الربيعى فى ذلك التاريخ • ولا شك فى أن مثل هذا التقدير الدقيق يتطلب مهارة حسابية ، مما يستدل منه على أن القوم كانوا قد برعوا فى الحساب قبل ذلك التأريخ بزمن طويل •

ان معظم معلوماتنا عن الرياضيات فى مصر مستمدة من مصدرين : الأول ورقة بردى تسمى (ورقة رايند) باسم العالم الآثارى الانكليزى (هنرى رايند) ، وقد اكتشفت فى أواسط القرن التاسع عشر ، ويقال انها كتبت عام ١٦٥٠ ق• م، وتتضمن خمسا وثمانين مسألة • والمصدر الثانى ورقة بردى أخرى ، وتسمى (ورقة موسكو) ، وهى أقدم من الأولى بزهاء مئتى عام ، وتتضمن خمسا وعشرين مسألة • ويقال ان محتويات الورقتين كانت معروفة و متداولة قبل تدوينها بزمن طويل •

ويظهر من هاتين الورقتين أن العد كان على أساس عشرى • أما فى كتابة العدد ، فكان يستعمل رمز خاص لكل مرتبة عشرية جديدة •

وقد أسس الرومانيون نظامهم العدى وبنوه على الفكرة نفسها . فالرقم ١٦٧٨ يكتبه الرومان هكذا : MDCL × × III

وعلى مثل هذا النظام أقام المصريون نوعا من الحساب تغلب عليه صفة الجمع ، ونعنى بذلك أن عملية الضرب كانوا يجرونها بتكرار الجمع .

أما المسائل الواردة فى المصدرين المذكورين ، فلا يتعدى معظمها المعادلات السهلة ذات المجهول الواحد ، مثل : ما الكمية التى اذا أضفت اليها ثلثيها ونصفها وثلاثة أسباعها كان الناتج ثلاثة وثلاثين ؟

أما الأمر البارز فى حساب الكسور عند المصريين القدماء ، فهو أنهم كانوا يحولون الكسور من نوع $\frac{٢}{٥}$ الى مجموعة من وحدات الكسور ، أى التى يكون بسط كل منها واحدا . مثال ذلك : $\frac{٢}{٧} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢٧}$ و $\frac{٢}{٩٧} = \frac{١}{٥٦} + \frac{١}{٦٧٩} + \frac{١}{٧٧٦}$

وتتضمن (ورقة رايند) جدولا بالكسور التى مقاماتها أعداد فردية ابتداء من الخمسة الى الثلاث مئة والواحد والثلاثين مع تحويلها الى وحدات كسرية كما بينا .

وهذا الاتجاه مع أنه يتطلب شيئا من المهارة فى الحساب ، أدى الى ايقاف نمو العلم فى حدود ضيقة . ولا تعرف بالضبط الطريقة التى اتبعها الحساب المصرى فى تحويلاته هـذه .

وتطرق المصريون فى بعض المسائل الى المتواليات العددية والهندسية . مثال ذلك : كيف توزع مئة رغيف من الخبز بين خمسة رجال ، بحيث تكون الحصص على شكل متوالية عددية ، وبحيث يكون سبع مجموع الحصص الكبرى الثلاث مساويا لمجموع الحصتين الصغريين ؟ أو سبعة بيوت ، فى كل بيت سبع قطاط ، ولكل قطة سبع فئران ، ولكل فأرة سبع سنابل ؟ وغير ذلك مما يدل على معرفتهـم دستـور مجمـوع المتواليـة الهندسية والعددية .

أما المسائل ذات الصبغة الهندسية ، فيفهم منها أنهم كانوا يعرفون أن مساحة المثلث تساوى نصف حاصل ضرب القاعدة فى الارتفـاع ، وأن مساحة الدائرة تسـاوى $(ن - \frac{ن}{٩})^{٢}$ ، وهى تساوى $(\frac{١٦}{٩})^{٢}$ نق^{٢} ، ومنها يظهر أن النسبة الثابتة هى $\frac{٢٥٦}{٨١}$ أى ٣٫١٦٠٥ .

كذلك كانوا يعرفون كيفية ايجاد حجم المكعب والمتوازى السطوح والأسطوانة الدائرية ، وحالة واحدة من النظرية التى سميت فيما بعد (نظرية فيثـاغورس) ، وهى أن المثلث الذى أضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥ هو مثلث قائم الزاوية .

على أن أعجب ما اكتشفه المصريون هو دستور حجم الهرم الرباعى الناقص ، وهذا الدستور هو ($أ^{٢}$ + اب + $ب^{٢}$) ، على اعتبار أن ع هى الارتفاع بين القاعدتين ، وأن أ هى ضلع احدى القاعدتين المربعتين ، وأن ب ضلع القاعدة المربعة الأخرى • ولا تزال كيفية توصلهم الى هذا الدستور الصحيح مجهولة • وقد ثبت نهائيا أنهم لم يبرهنوا على صحة هذا الدستور •

أما فى بابل ، فقد وصلت الرياضيات الى درجة لم تبلغها جميع الأقوام المعاصرة لها • فالنصوص الرياضية السومرية التى تعود الى عهد الأسرة الثالثة فى (أور) ، التى كتبت قبل أربعة آلاف عام ، تدل على قابلية حسابية ثاقبة • وتحوى هذه النصوص جداول للضرب على وفق نظام ستنى محكم ومبنى فوق أساس عشرى ، وتتضمن رموزا للواحد وللستين و ل $٦٠^{٢}$ وأيضا ل $٦٠^{-١}$ و ل $٦٠^{-٢}$ أى $\frac{١}{٦٠}$ و $\frac{١}{٣٦٠٠}$ •

ولكن أبرز خاصية فى حسابهم ، استعمالهم النظام الموقعى للأرقام • ففى الوقت الذى كان فيه المصريون يستعملون رمزا جديدا لكل مرتبة عشرية ، كان البابليون يستعملون الرمز نفسه • ولكن قيمة الرمز ، أى الرقم ، تتعين بموجب موقعه من العدد • وعلى ذلك فان واحدا اذا أتبع بواحد ، أى ١١ ، كان المقصود بذلك (٦١ واحدا وستين) • واذا كتبوا (٢ ، ٣ ، ٤) مثلا فان ذلك يعنى ٢ + ٣ × ٦٠ + ٤ × $٦٠^{٢}$ = ١٤٥٨٢ •

وتعيين قيمة العدد بموجب مواقع أرقامه هو النظام الذى نتبعه فى الوقت الحاضر ، حيث نقول ان للرقم قيمتين : احداهما قيمته المطلقة ، والأخرى قيمته النسبية ، أى بالنسبة الى موقعه بين مراتب العدد • فالعدد (٤٣٢) يعنى ٢ + ١٠ × ٣ + $١٠^{٢}$ × ٤ • والقيمة الموقعية للرقم ٤ هى (٤٠٠) ، ولكن قيمته المطلقة أربعة فقط •

ولهذا النظام الفاخر الذى ابتكره البابليون مزايا عظيمة فى تسهيل الحساب ، وهى التى فتحت أبواب التقدم فى هذا العلم • وما عليك الا أن تجرى عملية ضرب بالأرقام الرومانية وتقارنها بالعملية نفسها على الطريقة المتبعة فى الوقت الحاضر ، لتجد البون الشاسع بين الطريقتين • ثم ان هذا النظام أزال الكثير من الصعوبات فى حساب الكسور ، كما أغنتنا الكسور العشرية فى الوقت الحاضر عن استعمال الكسور الاعتيادية فى الكثير من الأحوال •

على أنه كان فى هذا النظام الذى مر ذكره ناحيتان غامضتان ، احداهما أن مواقع المراتب لم تكن واضحة ، بل يقتضى استنتاجها من سياق المسألة • مثال ذلك : أن العدد ٢،٣،٤ الذى مر ذكره ، يجوز أن يكون معناه : ٢ × $٦٠^{-١}$ + ٣ × $٦٠^{٠}$ + ٤ × $٦٠^{١}$ =

٢٤٣ ، لا ١٤٥٨٢ كما بينا •

أما الأخرى التي يكتنفها الغموض ، فهي وجود فراغ في مكان الصفر ، فعدد مثل ١٢ر٣ يجوز أن يعني ٣ + ١٢ × ٦٠^{٢} = ٤٣٢٠٣ ، ولكنهم فطنوا الى ذلك فيما بعد ، ووضعوا رمزا خاصا للصفر ، وذلك في العهد الفارسي لبابل •

والنظام الستيني لا تزال آثاره باقية الى يومنا هذا • فالساعة مقسمة الى ٦٠ دقيقة ، والدقيقة الى ٦٠ ثانية • أما الدائرة فمقسمة الى ٣٦٠° درجة ، والدرجة الى ٦٠ دقيقة ، والدقيقة الى ستين ثانية •

أما النظام الموقعي في كتابة الأعداد ، فهو النظام الذي استقرت عليه البشرية ، وسيبقى خالدا • وهو اختراع لا يقل قيمة عن اختراع حروف الهجاء • فكل من هذين الاختراعين أزال طريقة رمزية معقدة ، وأحل مكانها طريقة رمزية سهلة يمكن أن يمارسها حتى الطفل الصغير •

ومن المناسب أن نقول هنا : ان الهنود واليونان تعرفوا الرياضيات البابلية بالاتصال التجاري • ومن المحتمل جدا أن الهنود اقتبسوا عن البابليين النظام الموقعي في كتابة الأعداد فغيروه الى نظام موقعي عشري بدلا من ستيني • ويلوح لي أن النظام الستيني بقي معروفا في العراق حتى الفتح الاسلامي ، ولم ينتبه اليه العرب لانشغالهم بالفتوحات والسياسة • لذلك لما ترجم (كتاب سيدانتا) في زمن (أبي جعفر المنصور) الى اللغة العربية ، لم يكن ما ورد فيه مستغربا ، ولم يلاق مقاومة ؛ لأنه يتفق مع ما كان معروفا في العراق سابقا من حيث الأساس ، بخلاف الحالة في أوربة حيث استغرق الأمر مدة تزيد على ٢٠٠ سنة بين دخول الأرقام العربية وبين قبول استعمالها وانتشارها ، وسبب ذلك وجود نظام العد الروماني الذي يختلف أشد الاختلاف عن النظام الموقعي •

وقد أخبرني أحد الأصدقاء أن الصابئة حتى اليوم يميلون الى العد بالستينات بدلا من العشرات • فاذا صحت هذه الرواية يكون ذلك على الأرجح من بقايا النظام الستيني القديم •

وتوجد مجموعة ثانية من النصوص الرياضية البابلية تعود الى أيام حمورابي عام ١٩٥٠ ق• م ، وفيها نجد الحساب قد تطور الى جبر ، مما يدل على أن الدافع العلمي والمتعة الفكرية أخذا يستحثان مفكري ذلك العصر على الابداع العلمي ، اضافة الى الحوافز المادية التي تقتضيها حضارة ذلك العصر • ويظهر من هذه النصوص أنهم لم يقفوا عند حل المعادلات الخطية (أي المعادلات من الدرجة الأولى) كما وقف المصريون ،

بل هاجموا المعادلة ذات الدرجة الثانية وحلوها ببراعة ممتازة ، كما حلوا المعادلات ذوات المجهولين من الدرجتين الأولى والثانية • وقد وجدت بين المسائل مسألة يؤدى حلها الى معادلات ذوات عشرة مجاهيل • ومع أنهم اقتصروا على حل المعادلات التى تكون معاملاتها أعدادا معينة ، فانهم – كما يظهر من عشرات المسائل العويصة التى حلوها – كانوا على علم تام بالقواعد العامة للحل •

ولابد لنا من الاشارة الى أنهم لم يدونوا معادلاتهم على الشكل المعروف الآن ولم يستعملوا رموزا للمجاهيل أو رموزا تقضى باجراء عمليات حسابية معينة كاشارة الجمع او الطرح أو غيرها ، ولكن الحل كان يجرى على شكل تعليمات • مثل : أضف العدد الفلانى يكن الناتج كذا ، واطرح العدد الفلانى وربع الناتج •• الخ تكن النتيجة كذا ، وهى الجواب •

ويتضح من ذلك أية عقول جبارة كانت تلك التى استطاعت أن تبدع هذه الطرق العلمية بمثل تلك الوسائل الساذجة ، وهاكم نموذجا من مسائلهم : جمعت مساحة مربع مع طول ضلعه وثلث طول ضلعه ، فكان الناتج $\frac{١١}{١٢}$ ، فما طول الضلع ؟ الحل: أضف الواحد الى الثلث يكن الحاصل $١\frac{١}{٣}$ • خذ نصف الحاصل وهو $\frac{٢}{٣}$ وربعه يكن $\frac{٤}{٩}$ ، أضفها الى $\frac{١١}{١٢}$ تحصل على $\frac{٤٩}{٣٦}$ • خذ جذرها واطرح منه $\frac{٢}{٣}$ تحصل على $\frac{١}{٢}$ ، وهو طول ضلع المربع • وهذه هى طريقة اكمال المربع الحاضرة نفسها •

مثال آخر : مساحة قدرها ١٠٠٠ وحدة تتألف من مربعين ، ضلع أحدهما ثلثا ضلع الآخر ناقصا ١٠ ، فما ضلع كل من المربعين ؟ وهذه بالطبع تؤدى اذا استعملنا رموزنا الحاضرة الى : $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠٠$ و $ص = \frac{٢}{٣} س — ١٠$

ومنها تنتج المعادلة من الدرجة الثانية :

$$\frac{١٣}{٩} س^{٢} — \frac{٤٠}{٣} س — ٩٠٠ = ٠$$

والجواب يكون ٣٠ ، وقد وجدوا هذا الجواب الصحيح • أما الطرق التى استعملوها ، فهى عند التحليل النهائى الطرق التى نستعملها الآن بعينها ، وهى طريقة اكمال المربع أو طريقة الدستور • والحقيقة أن طريقة الدستور مستنبطة من طريقة اكمال المربع ومبنية عليها • ويمكننا عد الطريقتين طريقة واحدة • ولكن الأسلوب الذى ساروا عليه فى حل بعض معادلات الدرجة الثانية حين يكون معامل $س^{٢}$ عددا غير الواحد هو العمل على جعل المعامل مربعا كاملا بضرب طرفى المعادلة بالمعامل نفسه • مثال ذلك :

٥س^{٢} ــــ ١٢ س = ٩ تصبح بعد ضرب الطرفين ب٥

(٥ س)^{٢} ــــ ١٢ (٥س) = ٤٥

ويعد ٥ س هو المجهول ، وبذلك تصبح المعادلة من النوع ص^{٢} ــــ١٢ص = ٤٥

وقد وضع البابليون جداول للكسور ، وذلك لأن القسمة عملية أصعب من الضرب • وكانت الجداول تتضمن الـ $\frac{١}{٢}$ والـ $\frac{١}{٣}$ والـ $\frac{١}{٤}$ والـ $\frac{١}{٥}$ ••• الخ ، أى من التى تكون مقاماتها من عوامل أو مضاعفات الـ ٦٠ ، وتجنبوا بمهارة الكسور من نوع $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{١١}$ •• الخ ، ووضعوا جداول للضرب بأعداد مثل ٧ و١٠ و ١٢$\frac{١}{٢}$ و ٢٤ ــ الخ ، وجداول المربعات الأعداد ومكعباتها • وهى مما يستفاد منها أيضا فى ايجاد الجذور التربيعية والتكعيبية • ووضعوا جدولا آخر يتضمن مجموع مكعب عدد ما ومربعه ، أى ه^{٣} + ه^{٢} + من الواحد الى الثلاثين ٣٠ • وقد استعانوا بهذه الجداول على حل المعادلات ففى حل المعادلة التكعيبية من النوع س^{٣} + بس^{٢} + حـ = • لو عوضنا عن س ب (ب ص) ، أصبحت المعادلة :

ب^{٣} ص^{٣} + ب^{٣} ص^{٢} + حـ = • ومنها

ص^{٣} + ص^{٢} = ــ $\frac{حـ}{ب^{٣}}$

وبالاستعانة بالجدول الذى أشرنا اليه ، وهو الذى يتضمن مجموع مكعب عدد ومربعه ، تستخرج قيمة ص ومنها قيمة س •

ثم ان المعروف أن البابليين كانوا قد اصطلحوا على مقاييس للأطوال والأوزان ، واستعملوا حساب الفائض البسيط والمركب منذ ٢٥٠٠ سنة قبل الميلاد • ويظهر أنهم كانوا قوما حريصين على المال ، مقدرين ماله من أثر فى القوة والسلطان • وبسبب تعاطيهم للربح المركب تعرضوا للمعادلات الأسية ، وهى الاساس الذى قامت عليه اللوغاريتمات • وحاولوا استخراج الجذر التربيعى لأعداد لم يرد لها ذكر فى الجداول بموجب قواعد تقريبية ، حتى انهم استطاعوا أن يجدوا الجذر التربيعى لأقرب رقمين عشريين ، فاستخرجوا أن $\sqrt{٢}$ = ١$\frac{٥}{١٢}$ = ١٫٤١٦٧ • أما الجذر الحقيقى ، فهو ١٫٤١٤٢ •

أما $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ فوجدوا قيمته $\frac{١٧}{٢٤}$ وهى ٠٫٧٠٨٣ والقيمة الحقيقية هى ٠٫٧٠٧١ ولكن العجيب أن قيمة ط أو باى Π وهى النسبة الثابتة بين محيط الدائرة وقطرها ، فقد كانت ٣ ولم يستطيعوا تقريبها أكثر من ذلك • على أن الأستاذ طه باقر أعلمنى أن آخر ما اكتشف هو أن ط = $\frac{٢٥}{٨}$ = ٣٫١٢٥ على حين أن القيمة الحقيقية له هى ٣٫١٤١٦ وبذلك كانوا أقرب من المصريين الى القيمة الحقيقية • وفى حلهم لأحدى المسائل

الفلكية بلغوا بحساباتهم الى ١٧ سبع عشرة مرتبة ستينية .

والحقيقة أنهم كانوا أول فلكيين مضبوطين . وأسباب عنايتهم بالفلك هي أهميته في حساب السنين والمواسم من جهة ، ولاعتقادهم بأثر الكواكب في مصاير الناس وسير الحوادث من جهة أخرى .

أما في القضايا الهندسية ، فقد عرف البابليون القواعد الصحيحة لمساحات الأشكال المستوية البسيطة كالمستطيل والمثلث وشبه المنحرف والدائرة ، كما كانوا يعرفون كيفية ايجاد حجم متوازي المستطيلات والمنشور القائم والاسطوانة الدائرية القائمة ، ويعلمون أيضا أن الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون زاوية قائمة ، كما كانوا يعرفون نظرية (فيثاغورس) قبل فيثاغورس . وهي أن المربع المنشأ على وتر الزاوية القائمة يساوي مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين . ويعرفون أيضا أن الأضلاع المتناظرة المحيطة بزاويتين متساويتين من مثلثين متشابهين تكون متناسبة .

والحقيقة أن البابليين فاقوا اليونانيين في اخضاع العدد وبزوهم بدقة الحساب ، ولم يلحق بهم اليونانيون حتى في أرقى عصورهم . ولكن اليونانيين على ما يقول المؤرخون الغربيون تفوقوا عليهم بالمعالجة المنطقية للقضايا الرياضية ، وخاصة الهندسية منها . ويقول معظم مؤرخي الرياضيات من الغربيين ان العقلية الشرقية جامدة ساكنة ، وهي ان استطاعت أن تحل بعض القضايا المنفردة هنا وهناك فهي ليست بقادرة على استنتاج الكليات من الجزئيات بالبرهان المنطقي المعقول المقبول . وهذا مما يأخذونه على البابليين ، اذ يقولون ان هؤلاء حلوا الكثير من المسائل ، وعرفوا الكثير من القضايا ، ولكنهم لم يضعوها بدستور عام ، ولم يبرهنوا على صحتها عامة ببرهان منطقي ، بخلاف العقلية الغربية التي تجلت عند اليونان الذين استعانوا بالبراهين المنطقية في وضع قواعد عامة تشمل جميع الحالات المماثلة . وأود أن أبين بعض الملاحظات حول ذلك ، لا من باب الدفاع عن العقلية الشرقية ، ولا بقصد ادحاض هذه الأقوال ، انما هي اجتهاد أعرضه للأنظار وقد أكون مصيبا فيه كما يمكن أن أكون مخطئا .

أولا — ان العلم اليوناني قام على أساس ما تعلمه اليونانيون واقتبسوه من بابل ومن مصر في أثناء زياراتهم لهذه البلدان للتجارة أو للاستطلاع والاستفادة العلمية . وما يدرينا أنهم لم يأخذوا البرهان المنطقي عنهم ؟

ثانيا — ان الكتابة ، على الحجارة ليست بالأمر السهل ، والرجل العملي لا تهمه البراهين المنطقية ، انه يريد طريقة عامة تعطيه نتائج صحيحة . ولذلك لا تبقى حاجة

الى الدخول فى براهين منطقية مطولة يصعب تسجيلها بمثل تلك الوسائل ويصعب على الرجل العملى فهمها ٠

ثالثا ـ ان الرياضيات فى الشرق قامت على أكتاف الموظفين والكهان ، ومثل هؤلاء ليس من مصلحتهم أن يزاحمهم أحد بالوقوف على أسرار العلم الذى هو مصدر قوتهم وسلطانهم ، ولعلهم كانوا يعلمونها لأبنائهم أو لأقربائهم أو للغرباء الذين لا يخشون مزاحمتهم كاليونانيين مثلا أو الكهان ، بخلاف اليونان اذ قام العلم عندهم على أكتاف أناس ليسوا من الموظفين ، بل كانوا طبقة من المفكرين الذين يهمهم أن يكون لعلمهم قيمة لدى الناس فيستفيدون من ذلك ٠ وقوة الدعاية للنفس فى الغرب كانت دائما أقوى مما هى فى الشرق ٠

رابعا ـ ان بابل تعرضت للغرق وللغزو أكثر مما تعرضت له مدن اليونان ، فأدى ذلك الى تلف الكثير من النصوص أو تدميرها اما من قبل العدو واما من قبلهم أنفسهم لكيلا تقع بيد العدو ٠

خامسا ـ ان المرحلة العلمية التى وصل اليها البابليون فى الرياضيات لا يصح أن تكون وليد المصادفة والالهام ، ولا يمكن أن تقوم على التخمين والحزر وحدهما حتى ولا على القياس بالآلات المعروفة فى ذلك الوقت ، بل انها بلا شك كانت مبنية على تفكير صحيح ومنطق سليم وقواعد عامة استنبطوها وحلوا بموجبها عشرات القضايا ٠ ولو كانوا حقا من ذوى العقول الجامدة أو المحافظة لما تقدم العلم عندهم ولما أبدعوا شيئا جديدا ٠

محيى الدين يوسف

المراجع

(١) Development of Mathematics By E. T. Bell

(٢) An Introduction to Mathematics By A. N. White head

(٣) History of Mathematics By D. E. Smith.

(٤) A concise History of Mathematics By D. J. Struik

(٥) A Histor of Mathematics By F. Cajori

(٦) قضايا رياضية أخرى من تل حرمل وتعليقات على الرياضيات البابلية للأستاذ طه باقر ، مجلة سومر م٧ ج٢ س ١٩٥١م ٠